



VREMYA-CH[®]
RUSSIA

**VI ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ И
ПРИКЛАДНОЕ КООРДИНАТНО-ВРЕМЕННОЕ И НАВИГАЦИОННОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ»**

**Расчет аналитической шкалы времени группового
эталона с использованием двухмасштабного
взвешенного усреднения: результаты численных и
натурных экспериментов**

Подогова С.Д., Мишагин К.Г., Медведев С.Ю.

Санкт-Петербург, 20-24 апреля, 2015 г.



- Введение: аналитические шкалы времени
- Алгоритм METS(VCH)
 - Принцип работы
 - Результаты моделирования
 - Результаты работы в реальной системе
- Заключение



Аналитические шкалы времени рассчитываются на эталонах единиц времени и частоты, основанных на группе атомных часов, с целью повышения характеристик точности и стабильности



5, 10, 100 МГц
1 Гц



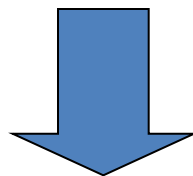
$\Delta x_{\text{вых}}, \Delta y_{\text{вых}} \dots$





N неизвестных(фазы сигналов)

N – 1 независимых результатов измерений



1) Базовое уравнение шкалы времени: AT1, ALGOS, FAT...

2) Фильтрация Калмана: Kred, IEM (C.A. Greenhall)

3) Фильтр Калмана + базовое уравнение шкалы времени: AT2 (Weis & Weisert), KAS-2 (S. Stein), KPW (C.A. Greenhall)



Базовое уравнение шкалы времени:

$$x_{ke}(t) = \sum_{n=1}^N w_n^{\tau_{w,1}} (\hat{x}_{ne}(t) + x_{kn}(t))$$

Предсказание текущего отклонения фазы n -ого сигнала:

$$\hat{x}_{ne}(t) = x_{ne}(t - \tau_1) + \tilde{y}_{kn}(t)\tau_1$$

Групповая шкала времени METS (VCH):

$$y_e(t) = \sum_{m=1}^N w_m^{\tau_{w,2}} y^{\tau_2}_m(t)$$

- взвешенное усреднение
частот сигналов

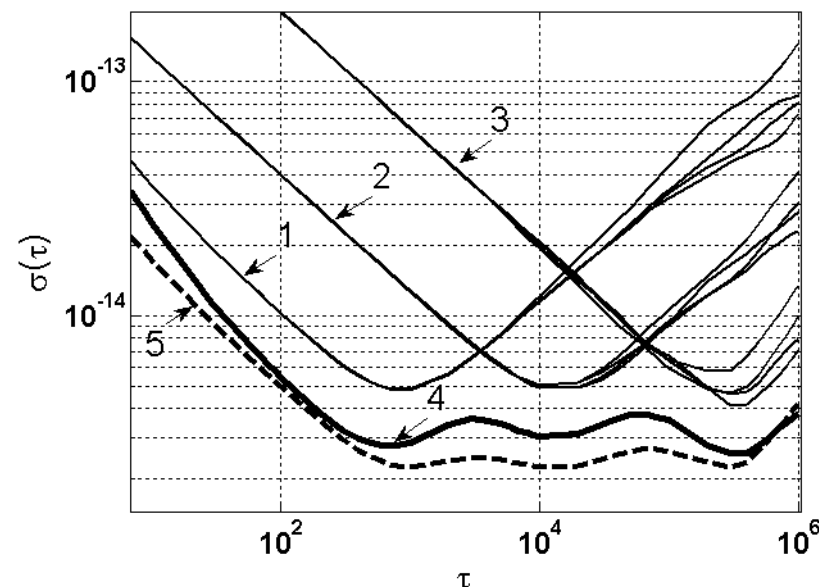
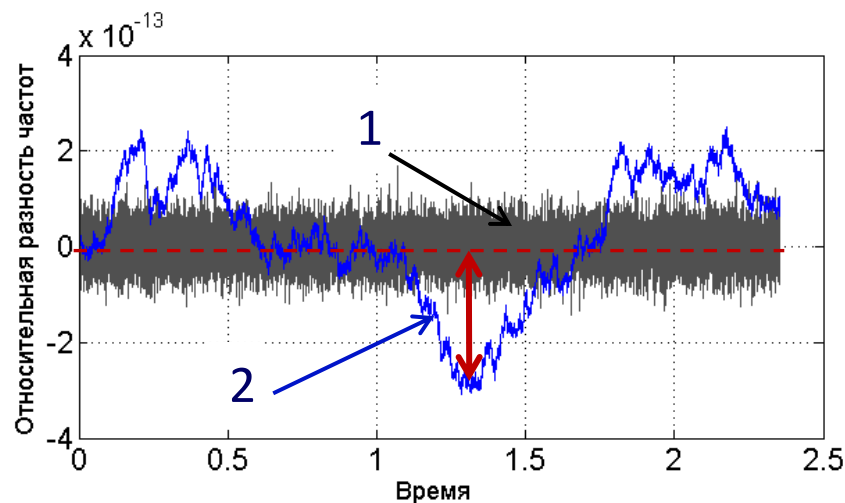
$$\tilde{y}_{ne}(t) = \sum_{m=1}^N w_m^{\tau_{w,2}} y^{\tau_2}_{nm}(t)$$

$$w_m^{\tau_{w,i}} = \frac{\sigma^{-2}_{y,m}(\tau_{w,i})}{\sum_{k=1}^N \sigma^{-2}_{y,k}(\tau_{w,i})}$$



Оценка отклонения частоты сигнала на **нескольких интервалах** времени при управлении частотой подстраиваемого генератора:

$$\Delta U(t) = \sum_{n=1}^N w_n^{\tau_{w,1}} \left(y^{\tau_1}_n(t) + \sum_{m=1}^N w_m^{\tau_{w,2}} \left(y^{\tau_2}_{nm}(t) + \sum_{p=1}^N w_p^{\tau_{w,3}} \left(y^{\tau_3}_{mp}(t) + \dots \right) \right) \right)$$



Мишагин К. Г., Подогова С. Д., Чернышев И. Н., Медведев С. Ю. Алгоритм формирования резервированного сигнала группового эталона частоты // Измерительная техника. №8 2013, с 34—39

K.G. Mishagin, S.D. Podogova, I.N. Chernyshev, S.Yu. Medvedev The algorithm for output signal of atomic clock ensemble forming // Measurements Techniques, 2013, V. 56, I. 8, P. 887—893



Групповая шкала времени METS (VCH) - *Multiscale Ensemble Time Scale*:

$$x_{ke}(t) = x_{ke}(t - \tau_1) + y_{ke}(t)\tau_1 \quad x_{ke}(t_0) = x_{k0}$$

$$y_{ke}(t) = \sum_{n=1}^N w_n^{\tau_{w,1}} \left(y^{\tau_1}_{kn}(t) + \sum_{m=1}^N w_m^{\tau_{w,2}} \left(y^{\tau_2}_{nm}(t) + \sum_{p=1}^N w_p^{\tau_{w,3}} \left(y^{\tau_3}_{mp}(t) + \dots \right) \right) \right)$$

В более простой для вычислений форме:

$$y_{ke}(t) = \sum_{n=1}^N w_n^{\tau_{w,1}} y^{\tau_1}_{kn}(t) + \sum_{n=1}^N (w_n^{\tau_{w,1}} - w_n^{\tau_{w,2}}) y^{\tau_2}_{kn}(t) + \sum_{n=1}^N (w_n^{\tau_{w,2}} - w_n^{\tau_{w,3}}) y^{\tau_3}_{kn}(t) + \dots$$

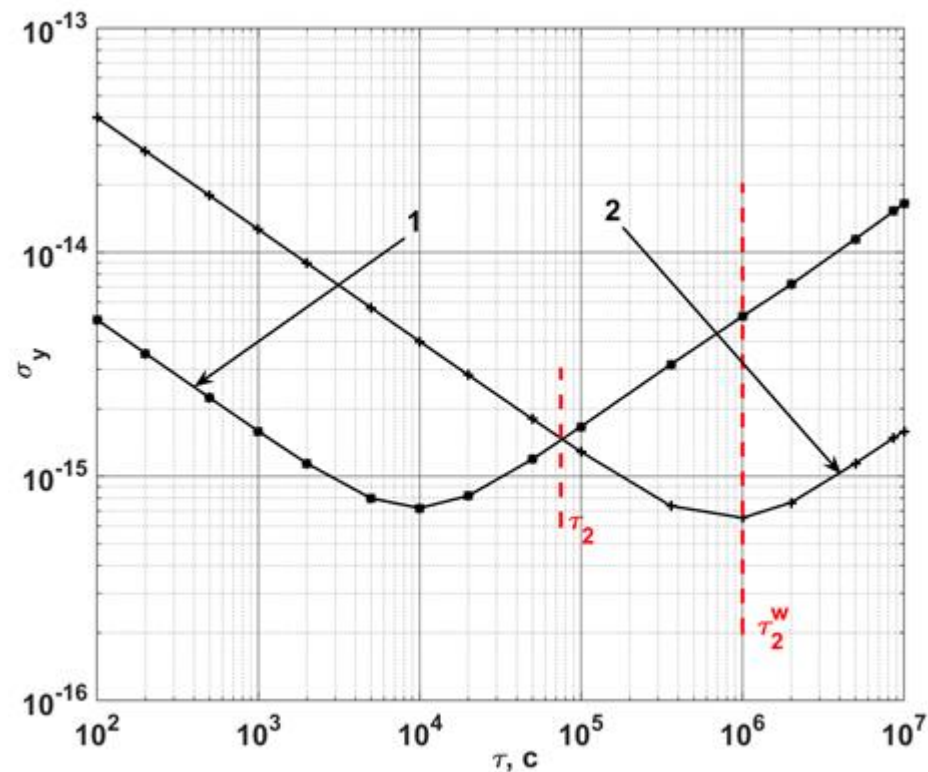
METS (VCH) в форме базового уравнения шкалы времени:

$$x_{ke}(t) = \sum_{n=1}^N w_n^{\tau_{w,1}} (\hat{x}_{ne}(t) + x_{kn}(t)) \quad \hat{x}_{ne}(t) = x_{ne}(t - \tau_1) + \tilde{y}_{kn}(t)\tau_1$$

$$\tilde{y}_{ne}(t) = \frac{(w_n^{\tau_{w,1}} - w_n^{\tau_{w,2}})}{w_n^{\tau_{w,1}}} y^{\tau_2}_{nk}(t) + \frac{(w_n^{\tau_{w,2}} - w_n^{\tau_{w,3}})}{w_n^{\tau_{w,1}}} y^{\tau_3}_{nk}(t) + \dots$$



И все же, какие нужны $\tau_2, \tau_3 \dots$ и $\tau_{w,2}, \tau_{w,3} \dots$?!

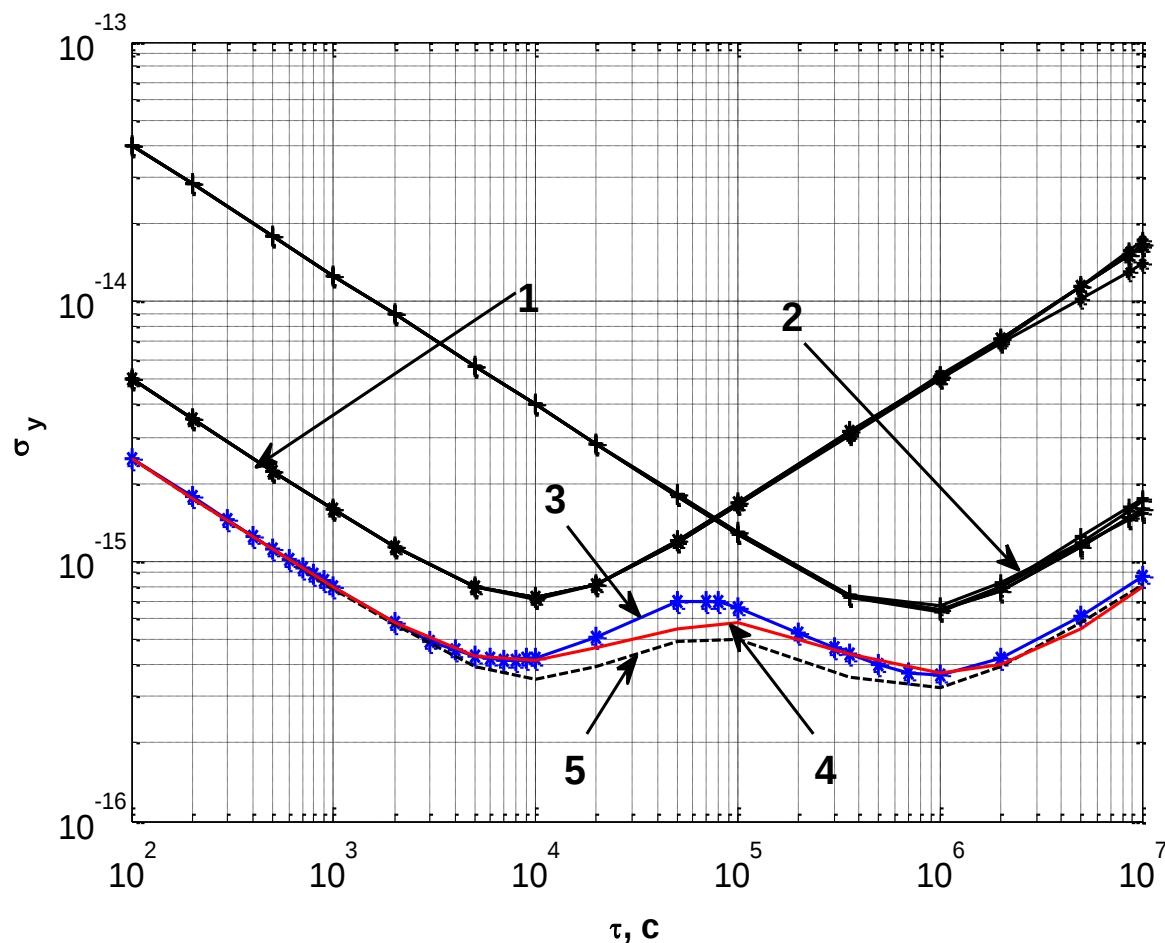


Выбор интервалов времени для METS (VCH)

Рассматриваемый диапазон интервалов времени измерения разбивается на отрезки, внутри которых один или несколько сигналов обладают меньшей нестабильностью частоты

τ_i выбирается в начале соответствующего отрезка, таким образом интервал оценки флуктуаций частот соответствует интервалу измерения, начиная с которого девиация Аллана одного или нескольких сигналов становится лучше по сравнению с сигналами, используемыми в качестве ведущих в предыдущем диапазоне

$\tau_{w,i}$ соответствует интервалу времени измерения, на котором наиболее выражен разброс значений девиации Аллана используемых сигналов для i -ого диапазона



Девияция Аллана:

1 – сигналы группы #1 (4 шт.)

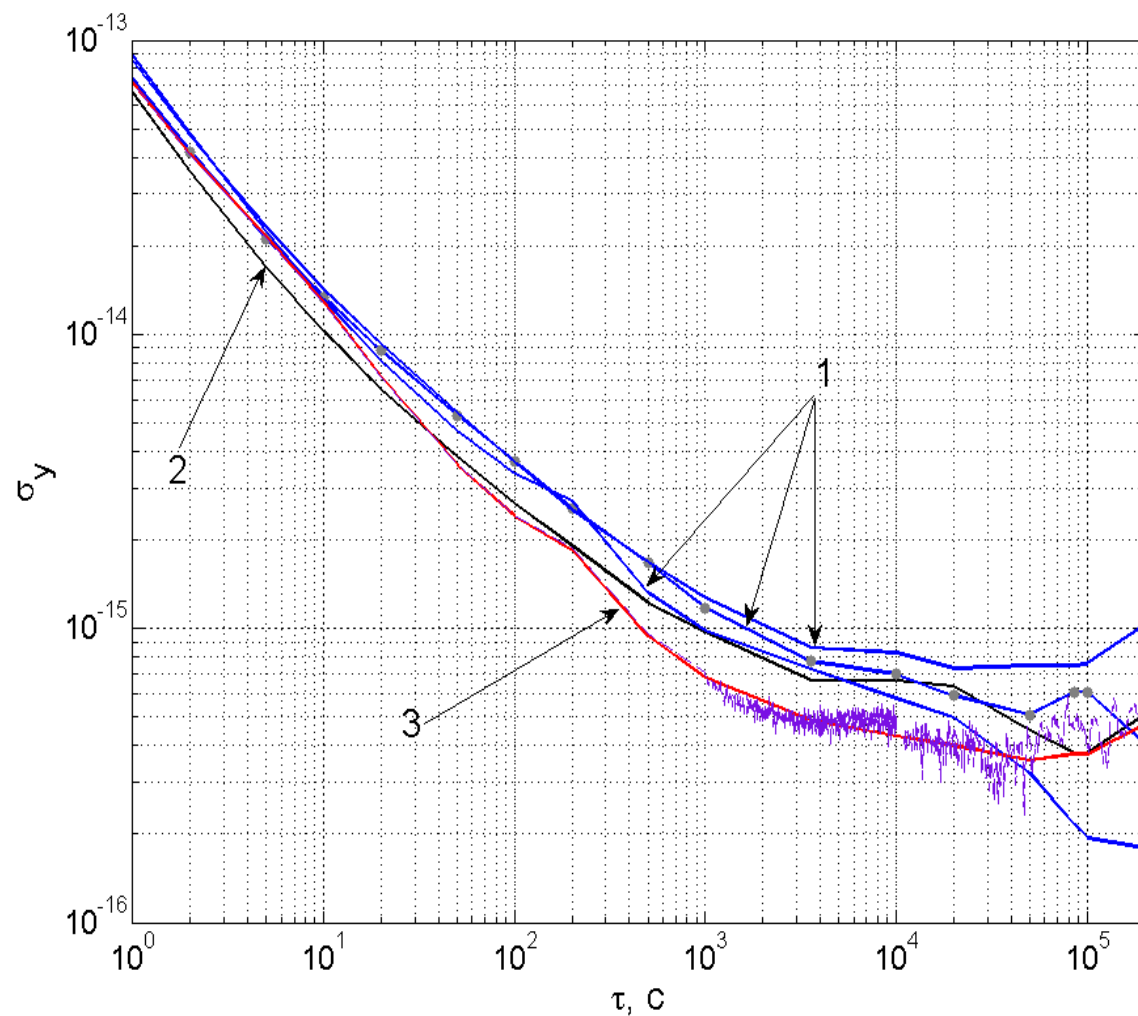
2 – сигналы группы #2 (4 шт.)

3 – METS (VCH)

4 – Kred (C.A. Greenhall)

5 – минимальные значения
при оптимально взвешенном
усреднении

$$\sigma_{y,min}(\tau) = \frac{1}{\sum_{k=1}^N \sigma_y^{-2}(\tau)}$$



Девияция Аллана:

1 – сигналы участвующие в расчете шкалы времени METS (VCH)

2 – сигналы не участвовавший в расчете (необходим для оценки стабильности формируемой шкалы времени)

3 – шкала времени METS (VCH)

$$\tau_2 = 10 \text{ с}$$
$$\tau_2^w = 3000 \text{ с}$$



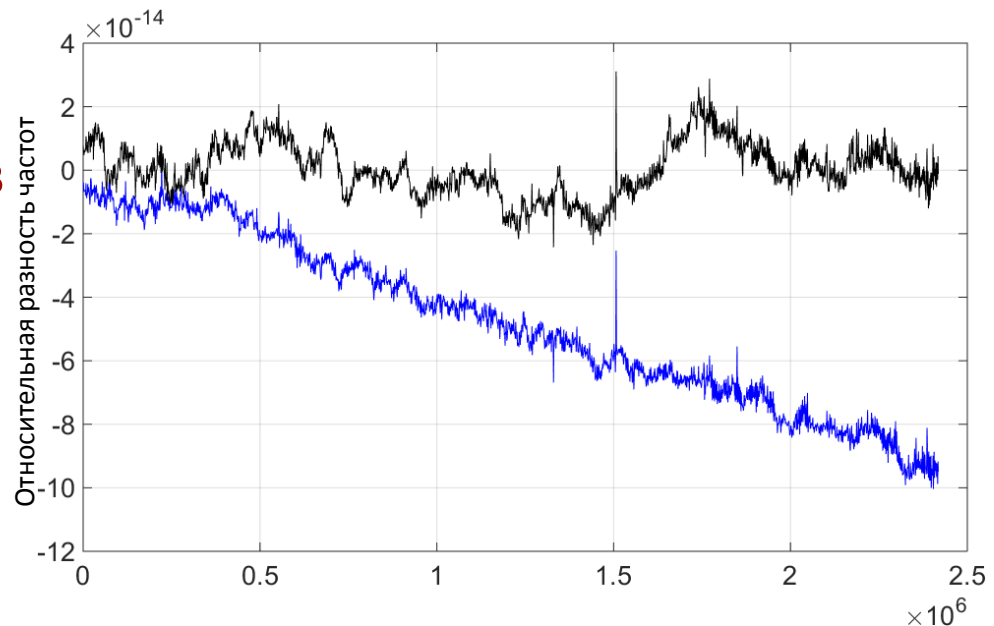
Алгоритм METS(VCH), учитывающий дрейфы частот сигналов:

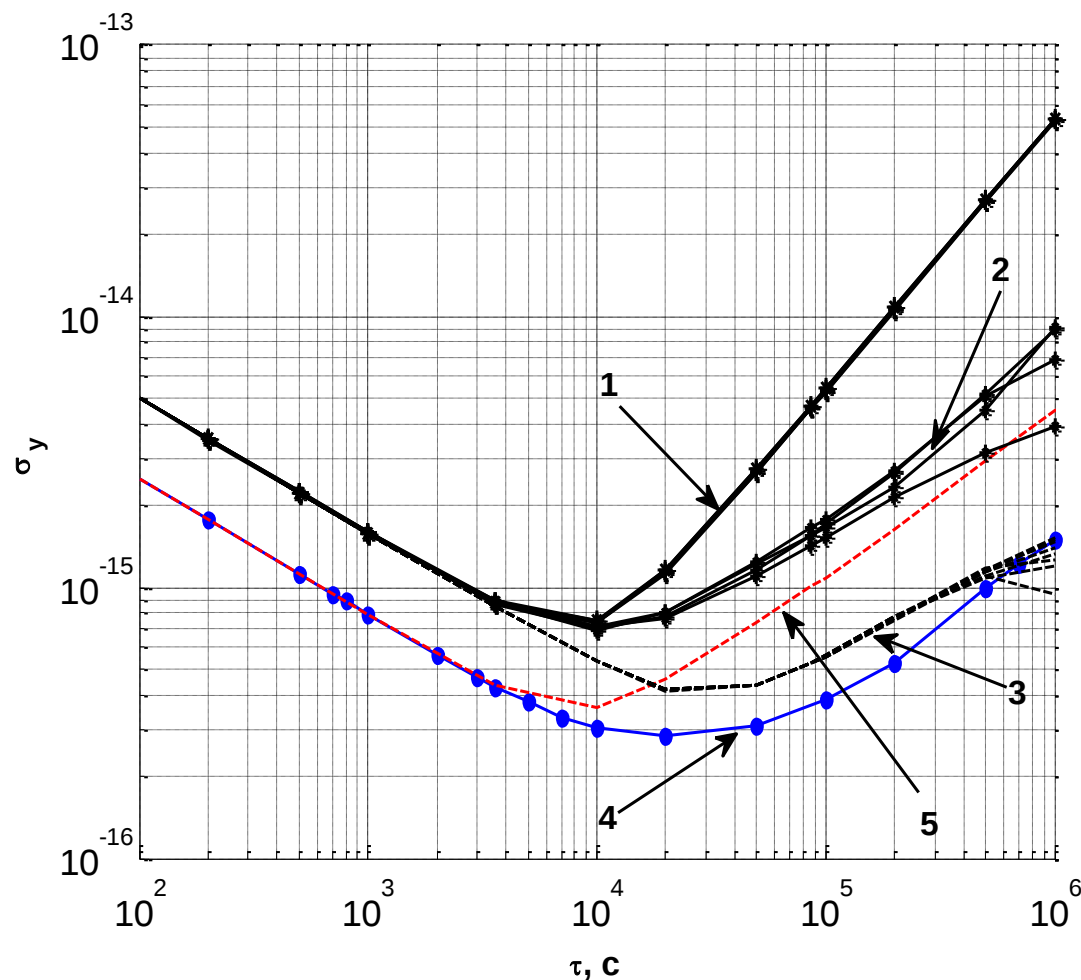
$$x_{ke}(t) = \sum_{n=1}^N w^1_n (x_{ne}(t - \tau_1) + x_{kn}(t)) + \tau_1 \sum_{n=1}^N (w^1_n - w^2_n) y^2_{nk}(t) + \\ + \tau_1 \sum_{n=1}^N w^1_n \left(d_n(t) + \frac{1}{2} D_n(t) \tau_1 \right)$$

$$d_n(t) = d_n(t - \tau) + D_n(t) \tau_1$$

Расчет весовых коэффициентов
по вариации Адамара:

$$w^i_n = \frac{\sigma^{-2}_{H,n}(\tau_i^w)}{\sum_{k=1}^N \sigma^{-2}_{H,k}(\tau_i^w)}$$





Девияция Аллана:

1 – сигналы группы #1 (4 шт.)

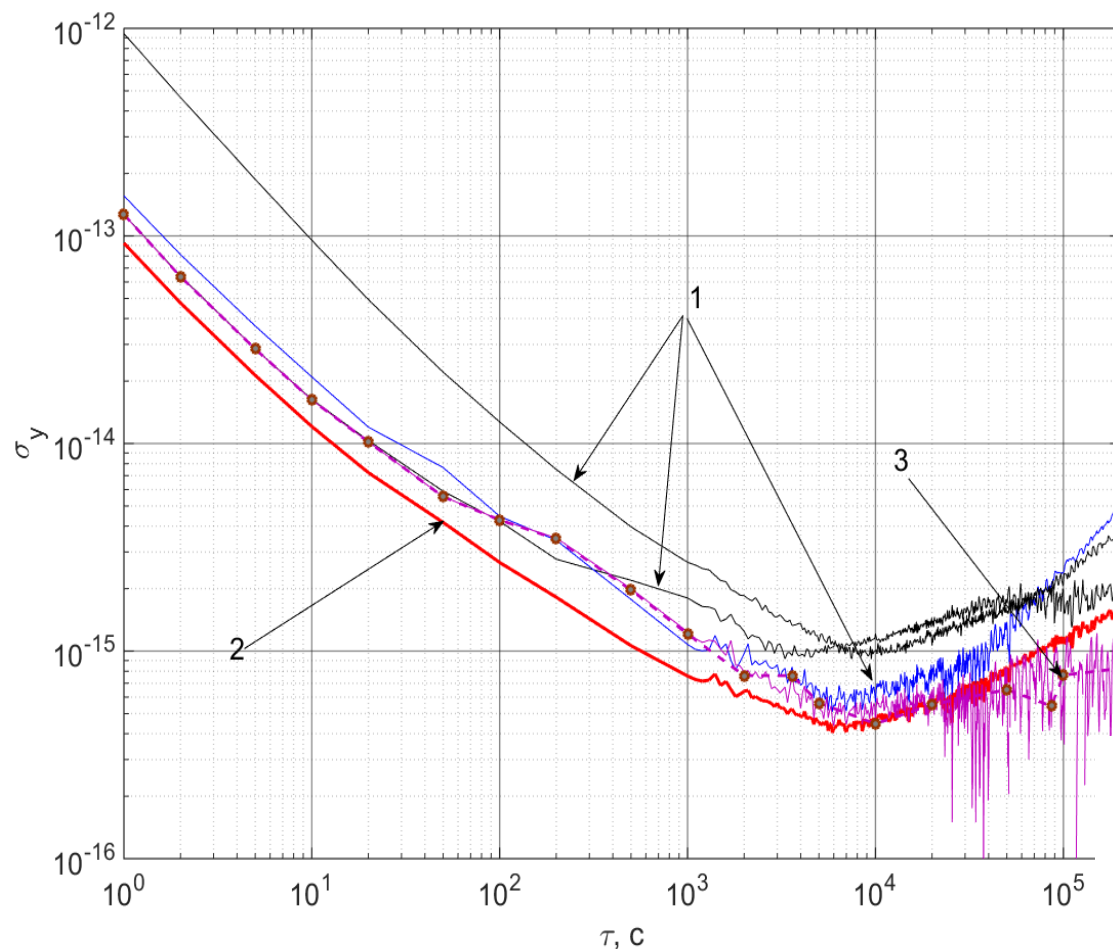
2 – сигналы группы #2 (4 шт.)

3 – сигналы группы #1

(с исключенным дрейфом)

4 – шкала времени METS (VCH)

5 – минимальные значения при
оптимально взвешенном
усреднении (по дев. Аллана)



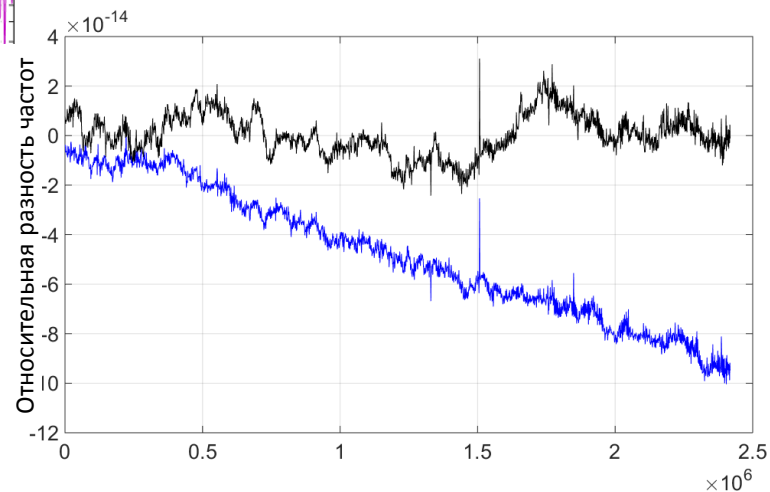
$$\tau_2 = 300 \text{ c}$$
$$\tau_2^w = 1,5 \cdot 10^5 \text{ c}$$

Девияция Аллана:

1 – входных сигналов

2 – минимальные значения при оптимально взвешенном усреднении (по дев. Аллана)

3 – шкала времени METS (VCH)





Представлен алгоритм расчета аналитической групповой шкалы времени METS (VCH), основанный на методе оценки флуктуаций частот на разных интервалах:

- Оперативный режим функционирования
- Высокие характеристики стабильности (сравнимые с результатами оптимального алгоритма на основе фильтрации Калмана)
- Низкая вычислительная сложность
- Отсутствие необходимости иметь априорную информацию о параметрах модели фазового шума сигналов

Недостатки: зависимость от успешности выбора интервалов времени измерения для расчета весовых коэффициентов и для оценки флуктуаций частот



Спасибо за внимание!